



TITLE:

# Maximaを活用したPDFスライド教材の作成について (数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究)

AUTHOR(S):

山下, 哲; 北原, 清志; 高遠, 節夫

---

CITATION:

山下, 哲 ...[et al]. Maximaを活用したPDFスライド教材の作成について (数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究). 数理解析研究所講究録 2019, 2105: 155-159

ISSUE DATE:

2019-02

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/251885>

RIGHT:

# Maxima を活用した PDF スライド教材の作成について

木更津高専・基礎学系 山下 哲

Satoshi Yamashita, Division of Natural Sciences,  
National Institute of Technology, Kisarazu College

工学院大学・基礎・教養教育部門 北原 清志

Kiyoshi Kitahara, Division of Liberal Arts, Kogakuin University

東邦大学・理学部 高遠 節夫

Setsuo Takato, Faculty of Science, Toho University

## 1 $KETpic$ から $KETCindy$ へ

$TeX$  文書に正確で美しい図表を挿入するために、2006 年から  $KETpic$  を開発し、2011 年に数値計算ソフト Scilab 版  $KETpic$  でほぼ全機能が完成した [1]。ところが、Scilab の描画ツールは貧弱なため、図の全体像が把握しづらく、図の微調整が難しいという欠点を指摘されるようになり、 $KETpic$  の GUI が待望された。動的幾何ソフト Cinderella は固有のプログラミング言語 CindyScript をもち、この編集画面 ScriptEditor を  $KETpic$  プログラミングに利用できることがわかり、2014 年に動的幾何ソフト Cinderella と連携して  $KETCindy$  へと進化した。この結果、 $KETCindy$  は Cinderella の主画面に図表を表示させることにより、図表の全体像を把握しながら  $KETpic$  の機能を使えるよう改善された (図 1 参照) [2]。

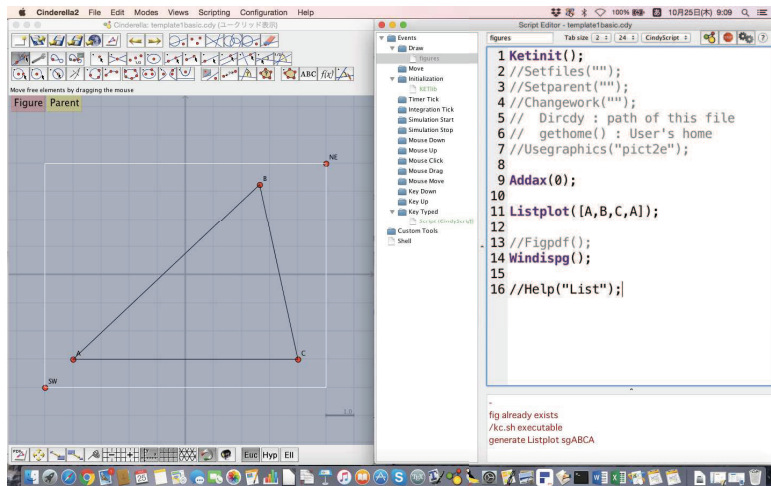


図 1. Cinderella 主画面 (左) と編集画面 ScriptEditor (右)

$KETCindy$  への進化は GUI の装備だけでなく、操作面でも簡便化を図った。 $KETpic$  では、Scilab、 $TeX$  と複数のソフトを開き、行き来しながら操作しなければならなかつ

た。しかし、 $\text{K}\epsilon\text{T}\text{Cindy}$  では、sh ファイル（Windows では bat ファイル）を用いて、図表用  $\text{T}\epsilon\text{X}$  ファイルの作成から  $\text{T}\epsilon\text{X}$  のコンパイルまで一括して自動で行い、結果の PDF ファイルを表示できるようにした。つまり、Cinderella だけ開いておけばよいのである。このような一括処理による操作の簡便化は、スライド作成にも役立った。短い行数のスライド原稿用テキストファイルを書いておけば、Cinderella 上で読み込み、 $\text{T}\epsilon\text{X}$  ファイルの生成からコンパイルまで一括処理を行い、一気に PDF スライドを自動生成できる。さらに機能を拡張し、2017 年には音声付きアニメーションやパラパラ動画を自動で挿入できるようにした [3, 4]。

$\text{K}\epsilon\text{T}\text{Cindy}$  に移行しても処理本体は Scilab を使用していたため、計算量が多いと処理時間がかかること、Scilab がアップデートすると挙動が安定しないことなどの問題点が挙がっていた。これらを改善するために、2018 年から処理本体を統計処理ソフト R へ完全に移行した。現在では、計算量が多い処理でも短時間でこなすことができるようになった。

また、処理本体の移行で得られた技術を駆使して、数式処理ソフト Maxima、数値計算ソフト Scilab、統計処理ソフト R、C 言語によるプログラムなどを呼び出して活用し、得られた結果をテキストファイルとして保存できるようにした [5]。

新機能の詳細については、ketcindy フォルダ（ $\text{K}\epsilon\text{T}\text{Cindy}$  をインストールすると生成される）内にある `KeTCindyReferenceJ.pdf` に記載されている。また、2018 年に  $\text{K}\epsilon\text{T}\text{Cindy}$  は CTAN (Comprehensive  $\text{T}\epsilon\text{X}$  Archive Network) に登録された [6]。  $\text{K}\epsilon\text{T}\text{Cindy}$  の CTAN 登録ページへ行き、Documentation にある Package Documentation (japanese) をクリックすると、「 $\text{K}\epsilon\text{T}\text{Cindy}$  レファレンスマニュアル」が開ける。ちなみに、 $\text{K}\epsilon\text{T}\text{Cindy}$  のインストール用一式は web サイト [ketpic.com](http://ketpic.com) から入手できる。

## 2 PDF スライドの動画による教育効果

$\text{K}\epsilon\text{T}\text{Cindy}$  による PDF スライドの作成方法については参考文献 [4] を参照してもらいたい。本稿では、動画の使用目的及びその教育効果について述べる。 $\text{K}\epsilon\text{T}\text{Cindy}$  開発グループでは、以下の理由で PDF スライドによる講義を推奨している。

- 板書では表せない動的な現象を見せられる。
- 空間で視点を変えた図を見せることにより、学生に空間図の全体像を理解しやすくする（空間図の把握については参考文献 [7] を参照）。
- ネット上にあげることで、学生は必要な時に繰り返し確認できる。

これらに留意して、プリントと併用しながら PDF スライドで講義することにより、板書では行き届かなかった教育効果を期待できる。

では、PDF スライドによる講義の授業計画について検討しよう。本稿では、具体的に、ケプラーの法則による惑星の動きに関する講義で説明する。まず、次の点を確認すべきである。

- (1) 講義内容の決定：ケプラーの法則による惑星の動きについて理解させる。

- (2) 講義目的の検討：ケプラーの法則に従うと、惑星の動きの特徴を把握させる。
- (3) 動画の選択（アニメーションかパラパラ動画か）：パラパラ動画を選択する。

PDF スライドを使う以上、(2) では動画の使用を前提に目的を立てる必要がある。具体的には、惑星の軌道が楕円になることだけでなく、惑星の速度や加速度もベクトル（矢印）として表示させることにより、これらの向きや大きさについて見せる動画教材を目指すべきである（図2参照）。また、(3) では、どのような意図で学生に見せるかを検討すべきである。アニメーションは、一括してスムーズに流れるから、動きの全体像を学生に把握させることに適している。一方、パラパラ動画は、教師のさじ加減で動きのスピードを変えたり、止めたりできるため、詳細な動きの変化を学生に観察させることに適している。今回は、(2) で記したように、動きの特徴を観察するという目的があるため、パラパラ動画が適しているといえる。

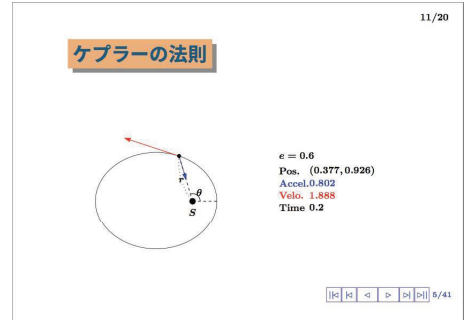


図2. 惑星の動きを示したスライド

### 3 数式処理ソフト Maxima の呼び出し

正確な図を作成するためには、数式処理を行い、図を描くために必要な数式を得る必要がある。本章では、ケプラーの法則に従った惑星の軌道を動画で表示するために、Maxima を用いてどのように数式処理すべきか問題を提起する。

惑星の軌道を動画で表示するには、ケプラーの3法則のうち、第1法則（太陽を焦点とした楕円軌道）と第2法則（面積速度一定）が重要である。とくに、第2法則から移動時間を求める数式を作らなければならない。具体的には、楕円  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  の離心率を  $e$  ( $0 \leq e < 1$ )、半直弦を  $L = \frac{b^2}{a}$  とすると

$$\text{楕円の極方程式 } r = \frac{L}{1 + e \cos \theta}$$

$$\text{面積速度 } \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{L^2}{2(1 + e \cos \theta)^2} = \text{一定}$$

だから、偏角  $\theta$  に至るまでに要した時間を表す関数  $ct(\theta)$  は

$$ct(\theta) = \frac{L^2}{2} \int_0^\theta \frac{1}{(1 + e \cos \theta)^2} d\theta = \frac{L^2}{2} ect(\theta)$$

$$ect(\theta) = \int_0^\theta \frac{1}{(1 + e \cos \theta)^2} d\theta$$

ガウスは、ガウスの公式  $\tan \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan \frac{z}{2}$  を用いると

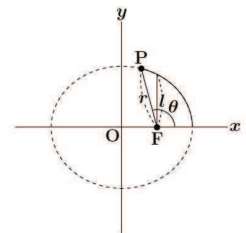


図3. 楕円の極方程式

$$ect(\theta) = \frac{z - \sin z}{(1 - e^2)\sqrt{1 - e^2}}$$

と計算できることを示した．天才ガウスの計算を数式処理ソフト Maxima で実現できるか試してみると，K<sub>PT</sub>Cindy から Maxima を呼び出し，Maxima コマンド ratsimp を用いて

$$ect(\theta) = \frac{\sqrt{1 - e^2}(2e \cos \theta + 2) \arctan \left( \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin \theta}{(e + 1) \cos \theta + e + 1} \right) + (e^3 - e) \sin \theta}{(e^5 - 2e^3 + e) \cos \theta + e^4 - 2e^2 + 1}$$

と計算できる．K<sub>PT</sub>Cindy の動的幾何画面に表示された式を眺めながら式変形を施せば，ようやくガウスの計算結果に辿り着ける（図5参照）．すなわち，数式処理ソフトは万能ではなく，その結果は複雑な式として表示される．K<sub>PT</sub>Cindy のように，教師が表示された式を眺めながら式変形を施せば，ようやく求める式に辿り着ける．数式処理ソフトを有効に利用するには，教師の数学的素養が必要不可欠である．

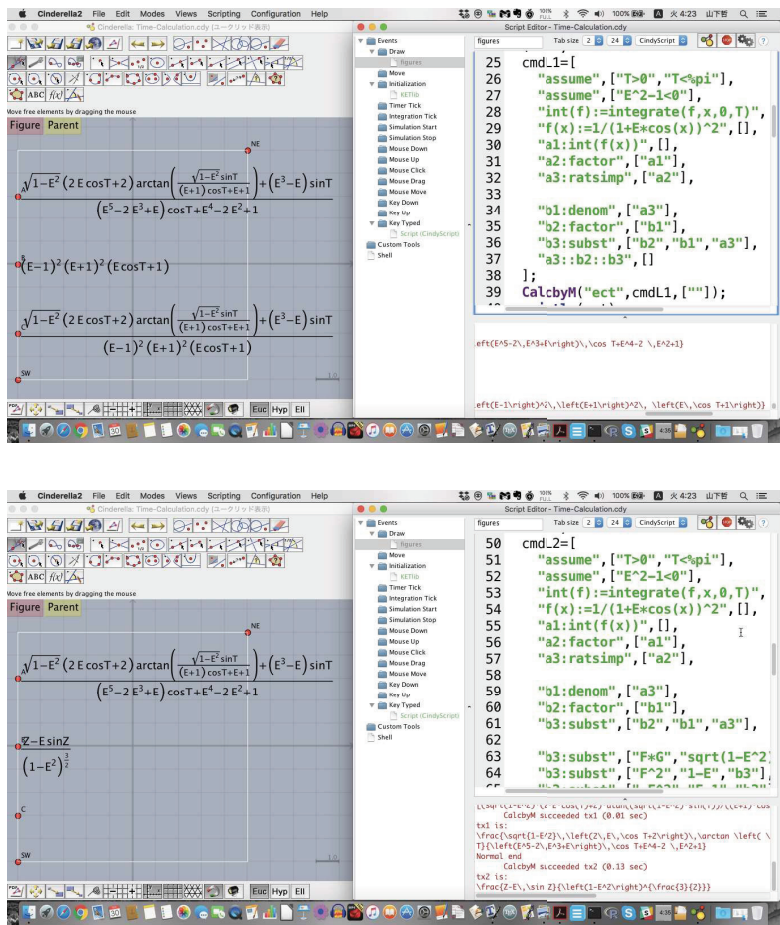


図5. Maxima による計算

## 4 まとめと今後の課題

現在,  $\text{K}_\text{E}\text{T}\text{Cindy}$  はプリントだけでなく, アニメーションやパラパラ動画などを挿入したスライドも作成できるようになっており, PDF 教材作成支援システムとしてほぼ確立されている. さらに, Maxima や R などの数学ソフトを外部から呼び出して実行し, 処理結果をテキストファイルで保存し,  $\text{K}_\text{E}\text{T}\text{Cindy}$  に読み込むことができるようになっている. この機能を用いると, Cinderella 上で Maxima が使えるようになり, 動画に必要な数式を得ることができる.

今後の課題としては, 図5の作業をスムーズに行えるよう, 定型的な作業をマクロパッケージ化することである. また, 図5のような数学ソフト呼び出し機能を有効利用すれば, カレッジ級数学の求解手続きを探究させる教材の開発に結びつけられる可能性がある.

## 参考文献

- [1] CASTeX 応用研究会編:『 $\text{K}_\text{E}\text{T}\text{pic}$  で楽々  $\text{T}_\text{E}\text{X}$  グラフ』, イーテキスト研究所, 2011 年.
- [2] 高遠節夫,  $\text{K}_\text{E}\text{T}\text{Cindy}$  開発チーム:「 $\text{K}_\text{E}\text{T}\text{Cindy}$  の開発について」, 京都大学数理解析研究所講究録 1978, pp.173–182, 2015 年.
- [3] 山下哲:「 $\text{K}_\text{E}\text{T}\text{Cindy}$  による図入り PDF 教材の作成」, 京都大学数理解析研究所講究録 2022, pp.59–64, 2017 年.
- [4] 山下哲, 小林茂樹, 牧下英世, 高遠節夫:「 $\text{K}_\text{E}\text{T}\text{Cindy}$  で作成した PDF スライド教材による授業実践について」, 京都大学数理解析研究所講究録 2067, pp.47–54, 2018 年.
- [5] 小林茂樹, 高遠節夫:「 $\text{K}_\text{E}\text{T}\text{Cindy}$  と Maxima, Risa/Asir との連携」, 京都大学数理解析研究所講究録 2022, pp.128–134, 2017 年.
- [6]  $\text{K}_\text{E}\text{T}\text{Cindy}$  の CTAN 登録ページ <https://ctan.org/pkg/ketcindy>
- [7] 濱口直樹, 高遠節夫:「 $\text{K}_\text{E}\text{T}\text{Cindy}$  による 3D モデル教材の作成」, 京都大学数理解析研究所講究録 2022, pp.112–127, 2017 年.